



واکاوی اقتصاد زیر زمینی براساس نظریه بازی تعادل نش

معصومه شهبازی^۱ سیده نرگس میرآقامحمدی^۲

۱. دانشجوی دکتری، گروه اقتصاد، واحد بروجرد، دانشگاه آزاد اسلامی، بروجرد، ایران

۲. استادیار، گروه مدیریت، واحد بروجرد، دانشگاه آزاد اسلامی، بروجرد، ایران

چکیده

این پژوهش با هدف واکاوی اقتصاد زیر زمینی براساس نظریه بازی تعادل نش انجام شد. روش تحقیق با استفاده از نظریه بازی تعادل نش یک مدل در نظر گرفته شد براساس مدل تحقیق ارزیابی بازی انجام پذیرفت. نتایج نشان داد که احتمال فرار مالیاتی با هزینه حسابرسی رابطه مستقیم دارد (هر چه هزینه حسابرسی بالاتر باشد احتمال انجام حسابرسی کاهش یافته و بنابراین فرار مالیاتی افزایش مییابد و با نرخ جریمه (f) رابطه معکوس دارد همچنین افزایش میزان مالیات احتمال فرار را کاهش میدهد؛ بدین معنی که مالیات بیشتر منجر به رفتار صادقانه مؤدی میگردد. افزایش نرخ جریمه بر روی پیامد مؤدی بی تأثیر است؛ اما عایدی دولت را افزایش میدهد. از این رو افزایش نرخ جریمه بهبود پارتو میباشد. پیامد مورد انتظار مؤدی پرداخت مالیات متعلق به ازای خرید و فروش واقعی اوست که به معنای انتخاب تمکین مالیاتی میباشد و میزان جریمه انگیزه فرار مالیاتی را خنثی کرده است. پیامد مورد انتظار دولت برابر است با مالیات دریافتی منهای هزینه مورد انتظار حسابرسی که همان احتمال حسابرسی ضربدر هزینه حسابرسی میباشد.

کلمات کلیدی: اقتصاد زیرزمینی، بار مالیات مستقیم، بار مالیات غیرمستقیم، تعادل نش

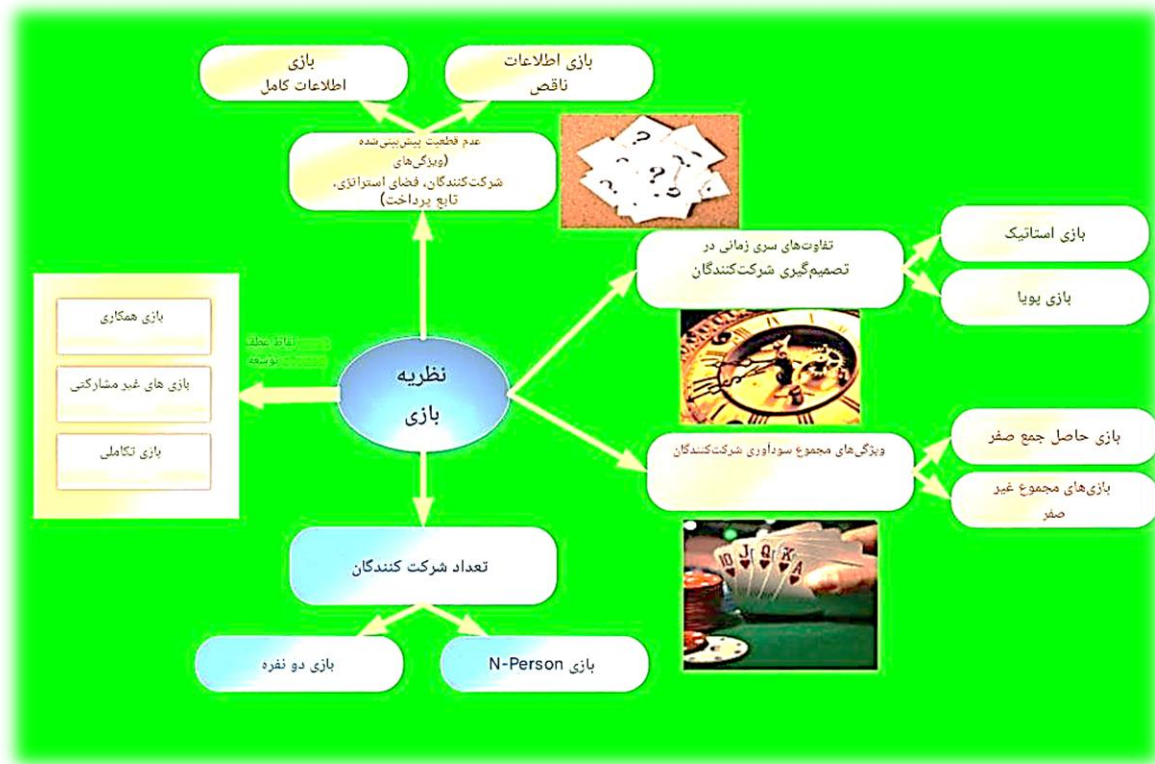


مقدمه

نظریه بازی مطالعه مدل های ریاضی است که بر تعامل و الگوهای بین عوامل منطقی تمرکز دارند. علیرغم این واقعیت که نظریه بازی تنها در قرن گذشته به عنوان یک رشته منحصر به فرد ظهور کرد، تلاش های بسیاری برای پیشبرد استفاده از ریاضیات در توضیح تعاملات انسانی و مدیریت تعارض، پیش از این در قرن شانزدهم صورت گرفته بود. آثار دانشمند ایتالیایی، جرولامو کوردانو - به ویژه رساله او با عنوان Liber de ludo aleae (کتاب بازی های شانس) که در سال ۱۵۶۴ نوشته شده است - ایده های اساسی نظریه بازی مدرن را ترسیم کرده است. در قرن هفدهم، بلز پاسکال و کریستین هوینگنس مبانی نظریه بازی را برای حساب احتمالات و مفهوم انتظار در استدلال ساختارهای مدل بازی ارائه دادند. از آن زمان، تلاش های زیادی در مدل سازی ریاضی تعامل انسانی صورت گرفته است و بسیاری از آنها شایسته توجه هستند. با این حال، بدون اینکه سهم سایر محققان برجسته را دست کم بگیریم، مایلیم از اثر آنتونی آگوستین کورنو، که در سال ۱۸۳۸ نوشته شده است، در مورد الگوهای تعامل استراتژیک در یک انحصار دوگانه نیز نام ببریم، که در آن او همچنین راه حلی برای بازی ارائه می دهد که با تعادل نش مطابقت دارد (شفر و همکاران، ۲۰۲۴). نظریه بازی فرآیندی است که در آن دو نفر با تحلیل و تطبیق استراتژی های یکدیگر در یک بازی متقابل، تلاش می کنند تا رفتار خصمانه را تغییر داده و به برتری دست یابند. پیشینه این نظریه را می توان هزاران سال پیش رهگیری کرد؛ به ویژه در آثاری مانند «هنر جنگ» نوشته سان تزو در چین باستان. در ابتدا، نظریه بازی برای تحلیل بازی هایی نظیر شطرنج استفاده می شد، در حالی که درک عمومی از بازی ها بیشتر مبتنی بر تجربه بود تا تئوری. این نظریه تلاش دارد با پیش بینی رفتار افراد، رویدادها و تعاملات آینده را نیز پیش بینی کند. مطالعات مدرن در زمینه نظریه بازی با تحقیقات افرادی همچون زرمelo، بورل و فون نویمان آغاز شد. نقطه عطف آن زمانی بود که نویمان در سال ۱۹۲۸ اثباتی ارائه کرد که بنیان رسمی این نظریه را پایه ریزی کرد. بعدتر، در سال ۱۹۴۴، فون نویمان و مورگنشتاین ساختار بازی های دو نفره را به بازی های چندنفره (n نفره) گسترش دادند و به شکلی سیستماتیک از این تئوری در اقتصاد بهره بردند، و بدین ترتیب پایه های نظری محکمی برای این حوزه ایجاد کردند. در دهه ۱۹۵۰، استفاده از قضیه نقطه ثابت به تعریف تعادل در یک بازی کمک کرد و این دستاورد به نقطه عطف مهمی در پیشرفت نظریه بازی ها تبدیل شد. همچنین، تحقیقات جان نش در همین دوره موجب تقویت بیشتر این نظریه شد، به گونه ای که به تدریج به یک شاخه علمی مستقل تبدیل شده و کاربردهای گسترده ای در حوزه های مختلف پیدا کرد (لین، ۲۰۲۵).



نظریه بازی‌ها برای مطالعه مسئله تصمیم‌گیری بهینه بین چندین طرف ذینفع در تعامل، مورد استفاده قرار گرفته است. در نیم قرن توسعه، تکامل و کاربرد، نظریه بازی‌ها در زمینه‌های اقتصاد، زیست‌شناسی، سیاست و مهندسی به کار گرفته شده و توسعه یافته است و به یکی از ابزارهای مهم برای تحلیل تصمیم‌گیری در کل علوم اجتماعی تبدیل شده است. یک بازی کامل شامل سه عنصر است: شرکت‌کنندگان، استراتژی‌ها و مزایا. شرکت‌کنندگان به تصمیم‌گیرندگان درگیر در بازی (افراد) که به طور مستقل، جمعی یا ذاتاً تصمیم می‌گیرند) اشاره دارند. استراتژی به مجموعه‌ای از تصمیمات موجود برای شرکت‌کنندگان در فرآیند بازی اشاره دارد و دامنه تصمیمات برای شرکت‌کنندگان مختلف متفاوت است. درآمد به درآمدی اشاره دارد که توسط شرکت‌کنندگان در فرآیند بازی به دست می‌آید، که اغلب برای به حداکثر رساندن درآمد آنها است (لیو و همکاران، ۲۰۱۸). به طور کلی، نظریه بازی‌ها را می‌توان بر اساس میزان عقلانیت شرکت‌کنندگان به نظریه بازی کلاسیک و نظریه بازی تکاملی تقسیم کرد. اولی را می‌توان بر اساس اینکه آیا شرکت‌کنندگان همکاری می‌کنند یا خیر، به بازی‌های مشارکتی و غیرمشارکتی تقسیم کرد. علاوه بر این، با توجه به توالی زمانی تصمیم‌گیری در بازی، می‌توان آن را به بازی‌های ایستا و پویا تقسیم کرد. بنابراین، با توجه به ویژگی‌های مختلف، نظریه بازی‌ها روش‌های طبقه‌بندی مختلفی دارد، همانطور که در نشان داده شده است (هوانگ و لی، ۲۰۲۲). با انتشار مقاله‌ی مهم جان فون نیومن با عنوان «نظریه بازی‌های استراتژی» در سال ۱۹۲۸ و «نظریه بازی‌ها و رفتار اقتصادی» او و اسکار مورگنسترن در سال ۱۹۴۴، نظریه بازی‌ها به عنوان یک حوزه تحقیقاتی جداگانه پدیدار شد. از آن زمان تاکنون، تمرکز نظریه بازی‌ها عمدتاً بر اقتصاد بوده است. از زمان آغاز این رشته، سازمان صنعتی و به دنبال آن اقتصاد سیاسی، زمینه‌های اصلی کاربرد نظریه بازی بوده‌اند (سادیک زادا و همکاران، ۲۰۲۴).



شکل ۱- طبقه بندی نظریه بازی ها بر اساس ویژگی های مختلف (منبع: هوانگ و لی، ۲۰۲۲)

۲- پیشینه ی تحقیق

لین^۲ (۲۰۲۵)، کاربرد و محدودیت های نظریه بازی ها در اقتصاد را مورد بررسی قرار داد. نظریه بازی ها نقش کلیدی در تعاملات خرید و فروش در انواع بازارها ایفا می کند. این مقاله به بررسی مفهوم نظریه بازی ها پرداخته و علاوه بر توضیح کاربردهای آن در تحلیل بازارها، تخصیص منابع، حراج های قیمت و رفتارهای مشارکتی در اقتصاد، محدودیت های استفاده از این نظریه را نیز مورد ارزیابی قرار می دهد. با تحلیل این جنبه ها، مطالعه حاضر نشان می دهد که نظریه بازی ها چگونه در حوزه های اقتصادی مانند رقابت بازار، تجارت بین الملل و امور مالی تأثیرگذار است و همچنین چگونگی بهره گیری عقلانی از این نظریه را عنوان می کند. اهمیت این پژوهش در ارائه دیدگاه عمیق تری درباره کاربردهای ویژه نظریه

^۱ Houang & Lee

^۲ Lin



بازی‌ها و محدودیت‌های احتمالی آن در اقتصاد خلاصه می‌شود، تا مخاطبان بتوانند از آن برای بهینه‌سازی منافع خود استفاده کنند.

فرریرا و همکاران (۲۰۲۴)، طرح‌های تثبیت مالی با اقتصاد زیرزمینی را مورد مطالعه قرار دادند. تجزیه و تحلیل‌های قابل اعتماد از طرح‌های تثبیت مالی، تجزیه تولید ناخالص داخلی به اجزای عادی و پنهان آن را ایجاب می‌کند. ما اثرات تثبیت مالی را در زمینه فرار مالیاتی برای اقتصاد ایتالیا بررسی می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهد که کاهش موقت هزینه‌های عمومی همراه با کاهش دائمی نرخ مالیات، منجر به کاهش فرار مالیاتی می‌شود. مکانیسم اصلی اساسی، واکنش‌پذیری قوی بخش زیرزمینی است که دلالت بر تخصیص مجدد منابع به سمت بخش عادی دارد.

استفونی و همکاران (۲۰۲۴)، پیشرفت در توسعه اقتصادی از طریق کنترل اقتصاد زیرزمینی را مورد مطالعه قرار دادند. یافته‌ها نشان می‌دهد که میان فقر و فعالیت‌های اقتصادی غیررسمی رابطه‌ای مثبت وجود دارد. به عبارت دیگر، افزایش سطح فقر در میان افراد می‌تواند به گسترش اقتصاد زیرزمینی منجر شود. در عوض، رابطه بین اقتصاد زیرزمینی و عواملی مانند توسعه مالی و قوانین موجود، اثرات منفی را به همراه دارد. این تجزیه و تحلیل نشان می‌دهد که سه متغیر کلیدی شامل فقر، توسعه مالی و چارچوب قانونی، تأثیر قابل توجهی بر اندازه و گسترش اقتصاد زیرزمینی دارند. این مسأله می‌تواند پیامدهای جدی برای توسعه اقتصادی و رشد پایدار در جوامع مختلف به همراه داشته باشد. بنابراین، توجه به این عوامل در سیاست‌گذاری‌ها و برنامه‌ریزی‌های اقتصادی ضروری است تا از مشکلات ناشی از اقتصاد زیرزمینی جلوگیری شود و شرایط بهتری برای رشد اقتصادی فراهم گردد.

برزگری و همکاران (۲۰۲۴)، اندازه اقتصاد زیرزمینی و فرار مالیاتی در ایران براساس رویکردهای DGE، CDA و MIMIC را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که نیروهای محرک فرار مالیاتی، به دست آمده از مدل MIMIC، نسبت فرار مالیاتی به جمع‌آوری مالیات را در دوره مورد مطالعه به طور متوسط ۲۹ درصد تخمین می‌زنند. همچنین، طبق مدل تقاضای پول تانزی، این نسبت ۳۶ درصد و بر اساس مدل DGE، ۳۴ درصد است. این نتایج بر اهمیت اتخاذ رویکردی جامع برای مقابله با فرار مالیاتی و اثرات مخرب آن بر اقتصاد تأکید می‌کند. بدون آگاهی کافی از اقتصاد زیرزمینی



و ارزیابی دقیق فرار مالیاتی، اجرای اقدامات اصلاحی مؤثر و استراتژی های مناسب دشوار خواهد بود. لذا، سیاست گذاران باید از این تخمین ها و یافته ها برای تدوین مداخلات هدفمند و سیاست هایی به منظور کنترل فرار مالیاتی و تقویت ساختار مالیاتی در ایران بهره برداری کنند. ما همچنین دریافتیم که اعتبار ساختاری مدل MIMIC در اندازه گیری روندهای اقتصاد سایه تقریباً مشابه مدل های DGE و CDA است که این تشابه نگرانی های موجود در مطالعات قبلی را کاهش می دهد.

آموزیکا و همکاران (۲۰۲۳)، به بررسی ارتباط میان اندازه جمعیت و ابعاد اقتصاد زیرزمینی در کشورهای عضو سازمان همکاری و توسعه اقتصادی (OECD) پرداختند. در این راستا، از روش تحقیق کمی بهره گیری شده و داده ها از منابع ثانویه گردآوری شده اند. تجزیه و تحلیل داده ها با استفاده از نرم افزارهای SPSS و EXCEL انجام شد. نتایج حاصل نشان دهنده وجود یک رابطه مثبت و خطی میان جمعیت و ابعاد اقتصاد زیرزمینی بود. برای جمع آوری داده ها، از روش نمونه گیری طبقه بندی شده استفاده گردید و منابع اطلاعاتی شامل گزارش های دولتی، سوابق مالیاتی، مطالعات دانشگاهی و پایگاه های داده بین المللی بودند. تحلیل داده ها از طریق مدل رگرسیون خطی ساده صورت گرفت. این مطالعه به این نتیجه رسید که در سطح اطمینان ۹۵٪ شواهد کافی وجود دارد که نشان می دهد اندازه جمعیت هر کشور به طور مستقیم با ابعاد اقتصاد زیرزمینی آن کشور مرتبط است. این نتایج می تواند به سیاست گذاران کمک کند تا درک بهتری از چالش های اقتصادی و اجتماعی مرتبط با اقتصاد زیرزمینی داشته باشند و برنامه ریزی های مناسبی را در این زمینه انجام دهند.

۳- مواد و روش ها

با توجه به اینکه اقتصاد زیرزمینی دارای متغیرهای مختلف است و این نوع اقتصاد به اقتصاد سیاه نیز معروف است لذا جهت بررسی بهتر نظریه در نظر گرفته شده متغیر بار مالیات (مستقیم و غیر مستقیم) جهت ارزیابی و کاربرد نظریه بازی تعادل نش در نظر گرفته شده



است. مدل مورد تحقیق توسط مدل کورچن ارائه شده است. این مدل با استفاده از نظریه تعادل نش مورد تحلیل قرار گرفته است.

کاربرد این روش برای M . متغیر حجم پول (M_1) و همچنین تقاضا برای اسکناس و مسکوک در جریان (CUR) در نظر گرفته شده است.

متغیرهای مجازی ای (که برای برآورد مؤلفه های مختلف اقتصاد سیاه در نظر گرفته شده به شرح زیر می باشد

TAXBU : بار مالیاتی برای تخمین فرار از مالیات در نظر گرفته شده است

EXBU: بار ارزی برای تخمین صادرات غیر قانونی و یا قاچاق صادرات در نظر گرفته شده است.

TARIFF: نرخ متوسط تعرفه برای تخمین واردات غیر قانونی قاچاق واردات در نظر گرفته شده است.

مجازی می توان به برآورد اقتصاد سیاه به صورتی کلی یا بخشی اقدام نمود فرض کنید یک فعالیت اقتصادی M در تمامی K بخش مورد لزوم است سطح فعالیت M توسط درآمد با سایر متغیرهای مرتبط K بخش تعیین شده است به صورت یک اتحاد حسابداری در زمان t داریم.

$$M_t = M_{1t} + \dots + M_{kt} \quad (1)$$

بنا به فرض داریم

$$M_{jt} = f_j(y_{jt}, y_{jht}, Z_{jt}), j = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

که در آن y_{jt} درآمد ثبت شده بخش ، y_{jht} درآمد پنهان بخش h و y_{jht} برداری از سایر متغیرهایی است که M_{jt} را تعیین میکند در زمان فقط M_t, y_{jt}, y_{jht} برای تمام مقادیر قابل مشاهده فرض میشود.

حال با استفاده از رابطه (۱) و (۲) داریم

$$M_t = \sum f_j(y_j, y_{jtt}, Z_{jt}) \quad (3)$$

در رابطه (۳) تمامی متغیرها به جز y_{jtt} میتوانند مشاهده شوند. در این مرحله یک متغیر مجازی برای y_{jtt} جستجو میکنیم و متغیر مجازی ای که بهترین برازش معادله (۲) را تولید میکنند به عنوان تخمین y_{jtt} در نظر میگیریم.



۳-۱- تعریف بازی

نظریه بازی در نظر گرفته شده در این تحقیق براساس تعادل نش می باشد:

این یک مفهوم راه حل بازی نظری اقتصاد است که شامل دو یا چند بازیکن می شود که در آن هر تصمیم گیرنده دانش نهایی در مورد استراتژی های تعادل سایر بازیکنان دارد و هیچ سودی از تغییر استراتژی فردی حاصل نمی شود. هر بازی ممکن است چندین تعادل نش داشته باشد، همانطور که توسط مایرسون توصیف شده است، اگرچه ممکن است غیرقابل اعتماد در نظر گرفته شوند. مقایسه با نتیجه مورد انتظار هر بازی است. مطالعات متعدد نشان می دهد که این تعادل نگرانی اصلی، انتخاب مورد انتظار اقدامات توسط بازیکنان در هر بازی است. تصمیم گیرندگان باید از انتخاب های حریفان آگاهی کامل داشته باشند و برای اینکه این امر امکان پذیر باشد، مفهوم عقلانیت همه بازیکنان غیرقابل اجرا می شود. از طرف دیگر، هنگامی که اطلاعات آماری از شرایط بازی قبلی در دسترس و قابل اعتماد باشد، بازی کاملاً در جای خود قرار می گیرد (نوروز پور و صفایی، ۲۰۲۰).

۳-۲- مفروضات

جدول ۱- شاخص و متغیرهای اقتصاد زیرزمینی

متغیر	شاخص	تعریف شاخص
بار مالیات مستقیم	DTB	نسبت حاصل جمع مالیات مستقیم به GDP ضربدر ۱۰۰
بار مالیات غیر مستقیم	ITB	نسبت حاصل جمع مالیات غیرمستقیم به GDP ضربدر ۱۰۰
اقتصاد زیرزمینی	UE	براساس تحلیل عاملی اکتشافی از متغیرهای ملحوظ در الگو استخراج گردیده است.

اقتصاد زیرزمینی با این فرض مدلسازی میشود که دو استراتژی پیش روی مؤدی مالیاتی (شامل بار مالیات مستقیم و غیر مستقیم) که طی فراخوان های سازمان مالیاتی مشمول ثبت نام در نظام مالیاتی گردیده است وجود دارد. اول اینکه وفق مقررات در نظام مالیاتی ثبت نام کرده و اظهارنامه خود را مطابق با واقعیت به سازمان ارائه دهد. دوم اینکه در نظام مالیاتی ثبت نام ننموده و اظهارنامه مالیاتی نیز ارسال



نکرده است استراتژی های دولت، نیز انجام حسابرسی و عدم انجام حسابرسی میباشد با این فرض عایدات دولت و مؤدی در بازی صورت گرفته به صورت زیر تعریف میشود:

$$U_{TP}(TC, UA) = \text{عایدی مؤدی در صورت تمکین مالیاتی و عدم انجام حسابرسی دولت} - (S - P)^t$$

$$U_G(TC, UA) = (S - P)^t \text{ عایدی دولت در صورت تمکین مالیاتی مؤدی و عدم انجام حسابرسی}$$

$$U_{TP}(TC, A) = -(S - P)^t \text{ عایدی مؤدی در صورت تمکین مالیاتی و انجام حسابرسی دولت}$$

$$U_G(TC, A) = (S - P)^t - c \text{ عایدی دولت در صورت تمکین مالیاتی مؤدی و انجام حسابرسی}$$

عایدی مؤدی در صورت فرار مالیاتی عدم ثبت نام و ارسال اظهارنامه و انجام حسابرسی دولت

$$U_{TP}(TE, A) = -(S - P)t - F$$

عایدی دولت در صورت فرار مالیاتی مؤدی عدم ثبت نام و ارسال اظهارنامه و انجام حسابرسی

$$U_G(TE, A) = (S - P)t + F - C$$

عایدی مؤدی در صورت فرار مالیاتی عدم ثبت نام و ارسال اظهارنامه و عدم انجام حسابرسی دولت

$$U_{TP}(TE, UA) = \cdot$$

عایدی دولت در صورت فرار مالیاتی مؤدی عدم ثبت نام و ارسال اظهارنامه و عدم انجام حسابرسی

$$U_G(TE, UA) = \cdot$$

بنابراین شکل استراتژیک بازی در فرم ماتریسی به صورت زیر میگردد.

جدول ۲- ماتریس پیامدهای بازکنان در حالت عدم ثبت نام و ارسال اظهارنامه G

	A	UA
TE	$-(S - P)t - F, (S - P)t + F - C$	•, •



TC	$-(S-P)^t, (S-P)^{t-c}$	$-(S-P)^t, (S-P)^t$
----	-------------------------	---------------------

۴- یافته تحقیق

حل مدل در نظر گرفته شده براساس نظریه بازی تعادل نش به شرح زیر می باشد:

جدول ۳- حل بازی در حالت عدم ثبت نام و ارسال اظهارنامه G

	A	UA
TE	$-(S-P)t - F, (S-P)t + F - C$	،،
TC	$-(S-P)^t, (S-P)^{t-c}$	$-(S-P)^t, (S-P)^t$

ابتدا بررسی شد که بازی شکل گرفته تعادل نش خالص دارد یا خیر برای این منظور از همان روش کورچن برای حل بازی استفاده گردید اول به بررسی استراتژی های مؤدی پرداخته شد. اگر سازمان مالیاتی استراتژی انجام حسابرسی را برگزیند استراتژی بهینه برای مؤدی تمکین مالیاتی خواهد بود (TCA) زیرا پس از انجام حسابرسی فرار مالیاتی وی کشف میشود و علاوه بر مالیات متعلق، واقعی جریمه ای به میزان F نیز باید بپردازد و لذا (S-P) بیشتر از (S-PH-F) خواهد بود اما اگر سازمان مالیاتی استراتژی عدم انجام حسابرسی را برگزیند استراتژی بهینه، مؤدی فرار مالیاتی خواهد بود (TE.UA.) زیرا فرار مالیاتی وی کشف نمیشود و او هیچ مبلغی را بابت مالیات پرداخت نمینماید و در واقع عایدی او صفر است در مرحله بعد به بررسی استراتژیهای دولت میپردازیم. اگر مؤدی تمکین مالیاتی داشته باشد استراتژی بهینه دولت عدم انجام حسابرسی خواهد بود (TC.UA)؛ زیرا تنها هزینه حسابرسی بر سازمان متحمل شده است و عایدی را کاسته است. اما اگر مؤدی فرار مالیاتی کرده باشد استراتژی بهینه دولت انجام حسابرسی است (TE. A)؛ زیرا علی رغم تحمیل هزینه حسابرسی عایدی وی هم از بابت ما به التفاوت مالیات ابرازی و واقعی و هم از بابت جریمه دریافتی افزایش مییابد. لازم به ذکر است همانند مدل کورچن فرض بر این است که هزینه انجام حسابرسی از جریمه متعلق و مابه التفاوت مالیات ابرازی و واقعی کمتر خواهد بود.

با این اوصاف نتیجه میگیریم که بازی مذکور دارای تعادل نش استراتژی خالص نمیشد. این نتیجه توسط عبدلی و همکاران (۱۳۹۴) نیز تأیید می شود طبق قضیه، نش هر بازی با تعداد بازیکنان و استراتژی های محدود حداقل یک تعادل نش دارد بنابراین میتوان تعادل نش بازی فوق را در استراتژی



ای مختلط جستجو کرد. از این رو P احتمال فرار مالیاتی و $I-p$ احتمال تمکین مالیاتی مؤدی فرض شده و از سوی دیگر و احتمال انجام حسابرسی و $I-q$ احتمال عدم انجام حسابرسی دولت در نظر گرفته میشود از راه حل ارائه شده در مدل کورچن برای حل بازی در حالت مختلط استفاده میکنیم ابتدا پیامد مؤدی (U_{TP}) را با توجه به احتمال فرار مالیاتی و احتمال انجام حسابرسی، بدست می آوریم:

$$U_{TP} = P[q[-(S-P)t - F]] + (1-p)[q[-(S-P)^t]] + (1-q)[-(S-P)^t]$$

برای سهولت در حل معادله از جایگذاری های زیر استفاده میکنیم

$$a = S - P$$

بنابراین پس از جایگذاری و ساده سازی داریم

$$\begin{aligned} U_{TP} &= p[-q at - qF] + (1-p)[-q at - at + q at] \\ &= p[at - q(at + F)] - at \end{aligned}$$

حال از تابع پیامد نسبت به P مشتق میگیریم و با برابر صفر قرار دادن آن بهترین جواب برای ۴ بدست می آید

$$\frac{\partial U_{TP}}{\partial p} = .$$

$$at - q(at + F) = .$$

$$q^* = \frac{at}{at + F}$$

با جایگذاری مقدار a و F خواهیم داشت

$$q^* = \frac{(S-P)^t}{(S-P)^t + F} = \frac{(S-P)^t}{(S-P)^t + f \Delta St} = \frac{(S-P)}{(S-P) + f \Delta S}$$

از رابطه بدست آمده بالا نتیجه میگیریم احتمال انجام حسابرسی (q^*) با نرخ جریمه (f) رابطه معکوس دارد؛ زیرا هر چه نرخ جریمه بیشتر شود فرار مالیاتی کاهش می یابد و لزومی به انجام حسابرسی نمیباشد که این نتایج با نتایج بدست آمده از مدل کورچن در بحث مالیات بر درآمد همسو می باشد تنها تفاوت مقدار بدست آمده برای q^* با مدل توسعه یافته کورچن از این تفاوت نشات میگیرد که در بخش مالیات بر درآمد میزان جریمه به عنوان درصدی از مالیات کتمان شده محاسبه و اخذ میگردد؛



یعنی $F = ft\Delta Y$ که ΔY مالیات مرتبط با درآمد کتمان شده مؤدی است. اما در مالیات بر ارزش افزوده میزان جریمه بر اساس درصدی از مالیات فروش کتمان شده محاسبه میگردد یعنی $F = ft\Delta S$ و نه مالیات متعلق که ضربی از فروش منهای خرید میباشد یعنی $(S - P)^t$ از طرفی اگر او را تابعی از $(S - P)^t$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت.

$$(q^*) = \frac{F}{[(S - P)^t + F]}$$

با توجه به اینکه مشتق این تابع نسبت به متغیر $(S - P)^t$ همواره عددی مثبت است؛ نتیجه میگیریم تابع ارائه شده یک تابع صعودی است و لذا به ازای افزایش مقدار $(S - P)^t$ که همان احتمال انجام حسابرسی است افزایش مییابد به بیان دیگر هر چه میزان مالیات متعلق به ازای خرید و فروش انجام شده افزایش یابد احتمال انجام حسابرسی از سوی سازمان افزایش مییابد در مرحله بعد پیامد دولت (UG) را بدست می آوریم

$$U_G = q[p[(S - P)^t + F - c]] + (1 - p)[(S - P)^t - c] + (1 - q)[(1 - p)(S - P)^t]$$

با جایگذاری مقدار a و ساده سازی خواهیم داشت

$$U_G = q[p(at + F) - C] - pat + at$$

حال از تابع پیامد نسبت به q مشتق میگیریم و با برابر صفر قرار دادن آن بهترین جواب برای q بدست می آید

$$\frac{\partial U_G}{\partial q} = 0$$

$$p at + pF - c = 0$$

$$p^* = \frac{c}{at + F}$$



با جایگذاری مقدار a و F خواهیم داشت:

$$p^* = \frac{c}{(S-P)^t + F} = \frac{c}{(S-P)^t + ft\Delta S}$$

از رابطه بدست آمده بالا نتیجه میگیریم احتمال فرار مالیاتی (p^*) با هزینه حسابرسی رابطه مستقیم دارد (هر چه هزینه حسابرسی بالاتر باشد احتمال انجام حسابرسی کاهش یافته و بنابراین فرار مالیاتی افزایش مییابد و با نرخ جریمه (f) رابطه معکوس دارد همچنین افزایش میزان مالیات احتمال فرار را کاهش میدهد؛ بدین معنی که مالیات بیشتر منجر به رفتار صادقانه مؤدی میگردد.

برای بدست آوردن پیامد مورد انتظار هر بازیکن مقادیر p و w را در توابع پیامد جایگذاری میکنیم و بدست می آید.

$$U_{TP}^* = -(S-P)^t$$

$$U_G^* = (S-P)^t - \frac{(S-P)^t}{(S-P)^t + F} \times c$$

از توابع پیامد مورد انتظار هر بازیکن نتایج زیر بدست می آید که همسو با نتایج بدست آمده مدل کورچن و مدل توسعه یافته عبدلی و همکاران میباشد.

افزایش نرخ جریمه بر روی پیامد مؤدی بی تأثیر است؛ اما عایدی دولت را افزایش میدهد. از این رو افزایش نرخ جریمه بهبود پارتو میباشد.

پیامد مورد انتظار مؤدی پرداخت مالیات متعلق به ازای خرید و فروش واقعی اوست که به معنای انتخاب تمکین مالیاتی میباشد و میزان جریمه انگیزه فرار مالیاتی را خنثی کرده است.

پیامد مورد انتظار دولت برابر است با مالیات دریافتی منهای هزینه مورد انتظار حسابرسی که همان احتمال حسابرسی ضربدر هزینه حسابرسی میباشد.

۵-پیشنهادهات

به جهت دستیابی نتایج بهتر در تحقیق از مدل های تلفیقی جهت سنجش استفاده گردد.

در تحقیقات آینده با توجه به مدل مورد بررسی نظریه های مختلفی که باهم در یک راستا هستند را به صورت مقایسه ای در نظر بگیریم.



فهرست منابع:

- اسفندیاری، علی اصغر، جمال منش، آرش. (۱۳۸۱). اقتصاد زیرزمینی و تاثیر آن بر اقتصاد ملی. پژوهشنامه اقتصادی، ۲(۳) (پیاپی ۶)، ۱۳-۴۸. <https://sid.ir/paper/67020/fa48-13>. SID.
- تقی نژاد عمران، وحید. نیک پور، معصومه. (۱۳۹۲). اقتصاد زیرزمینی و علت های آن: مطالعه موردی ایران. مطالعات اقتصادی کاربردی ایران سال ۲ زمستان ۱۳۹۲ شماره ۸
- عمادزاده، مصطفی. رفیعی طباطبایی، زهرا، ۱۳۹۱، تحلیلی پیرامون اقتصاد زیرزمینی و عوامل موثر بر آن در منتخبی از کشورهای توسعه یافته، <https://civilica.com/doc/1853442>
- Sadik-Zada, Elkhani Richard, Andrea Gatto, Luigi Aldieri, Giovanna Bimonte, Luigi Senatore, and Concetto Paolo Vinci. ۲۰۲۴. "Game Theory Applications to Socio-Environmental Studies, Development Economics, and Sustainability Research" *Games* ۱۵, no. ۱: ۵. <https://doi.org/10.3390/g1501005>
- Shafer, G. Pascal's and Huygen's Game-Theoretic Foundations for Probability. Working Paper No. ۵۳. ۲۰۱۸. Available online: <http://probabilityandfinance.com/articles/53.pdf> (accessed on ۱ January ۲۰۲۴).
- Huang W and Li H (۲۰۲۲) Game theory applications in the electricity market and renewable energy trading: A critical survey. *Front. Energy Res.* ۱۰:۱۰۰۹۲۱۷. doi: ۱۰.۳۳۸۹/fenrg.۲۰۲۲.۱۰۰۹۲۱۷
- Liu, X. F., Gao, B. T., and Li, Y. (۲۰۱۸). Review on application of game theory in power demand side. *Power Syst. Technol.* ۴۲ (۸), ۲۷۰۴-۲۷۱۱. doi: ۱۰.۱۳۳۳۵/j.۱۰۰۰-۳۶۷۳.pst.۲۰۱۸.۰۰۳
- Norozpour, S. Safaei, M. (۲۰۲۰). An Overview on Game Theory and Its Application. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* ۹۹۳ (۲۰۲۰) ۰۱۲۱۱۴. doi: ۱۰.۱۰۸۸/۱۷۵۷-۸۹۹X/۹۹۳/۱/۰۱۲۱۱۴
- Amzuica, B.F. Mititelu, R.A. (۲۰۲۳). The underground economy: an exploration of components, size, causes and effects. *Technium Social Sciences Journal* ۴۵: ۱۶۸-۱۸۲.
- DOI: ۱۰.۴۷۵۷۷/tssj.v4i1.9208
- Ștefoni, Sorina Emanuela, Iulian Viorel Brașoveanu, and Nicoleta Cristache. ۲۰۲۴. "Advances in Economic Development through Control of the Underground Economy" *Sustainability* ۱۶, no. ۱۹: ۸۲۸۶. <https://doi.org/10.3390/su16198286>
- Barzegari M, Harati A, Behboudi R, Hajmohamadi F, Babaei N. size of the underground economy and tax evasion in Iran: DGE, CDA and MIMIC approach. *J Tax Res* ۲۰۲۴; <https://doi.org/10.11186/taxjournal.093>



Abstract

This research aimed to analyze the underground economy based on Nash equilibrium game theory. Research method: Using Nash equilibrium game theory, a model was considered. Based on the research model, game evaluation was carried out. The results showed that the probability of tax evasion (p^*) is directly related to the audit cost (the higher the audit cost, the lower the probability of conducting an audit, and therefore tax evasion increases, and it is inversely related to the penalty rate (f). Also, increasing the tax rate reduces the probability of evasion; this means that more tax leads to honest behavior of the taxpayer. Increasing the penalty rate has no effect on the taxpayer's outcome; but it increases the government's revenue. Therefore, increasing the penalty rate is a Pareto improvement. The taxpayer's expected outcome is to pay taxes for his actual purchases and sales, which means choosing tax compliance, and the amount of the penalty has neutralized the incentive to evade taxes. The government's expected outcome is equal to the tax received minus the expected audit cost, which is the probability of audit multiplied by the audit cost.

Keywords: underground economy, direct tax burden, indirect tax burden, Nash equilibrium